

Con la bilancia poi sono forniti quattro “cavalierini”, due dei quali, A e A₁, hanno la stessa massa; gli altri B, C, hanno masse rispettivamente 0,1 e 0,01 volte la massa di A.

Il peso del “cavalierino” A₁ è tale che, appeso all’uncino h ristabilisce l’equilibrio allorché l’immersore (termometro) viene completamente immerso in acqua distillata a 4°C; esso pesa cioè quanto l’acqua spostata dall’immersore.

La posizione di equilibrio della bilancia è quella per cui la punta fissa in L si trova esattamente di fronte alla punta J.

E’ poi evidente che il cavalierino A quando è posto sulla divisione n del giogo rappresenta un peso pari a n/10 di quello dell’acqua spostata dall’immersore; B ne rappresenta gli n/100 e C gli n/1000.

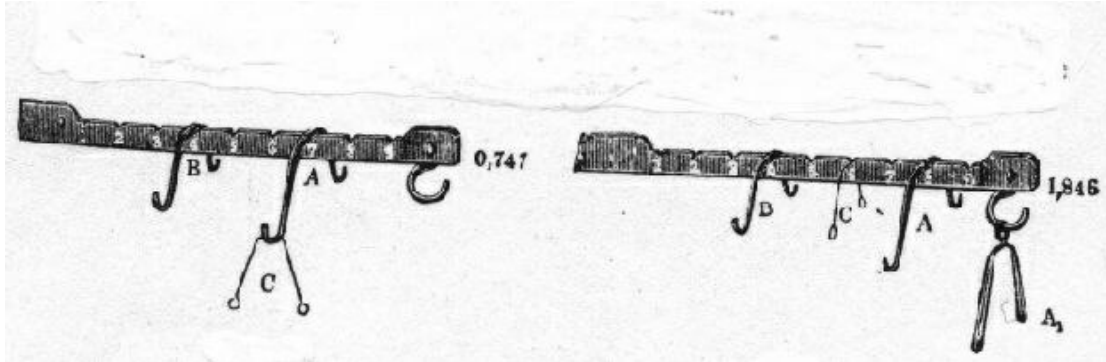


Figura 2. Particolare del giogo e dei cavalieri della bilancia di Mohr.

Ora se si vuole determinare la densità di un liquido supposto meno denso dell’acqua, basta immergervi l’immersore e collocare i cavalierini A, B, C in posizione tale da ristabilire l’equilibrio; i numeri corrispondenti alle posizioni di A, B, C daranno rispettivamente le centinaia, le decine e le unità della densità cercata.

Si vede immediatamente che la situazione di figura 2a rappresenta una densità di 747kg/m³ (0.747 g/cm³).

Per i liquidi più densi dell’acqua, per ristabilire l’equilibrio bisogna appendere all’uncino h uno o più cavalieri uguali ad A₁ e, lungo il giogo, nelle divisioni opportune, gli altri cavalierini A, B e C come indica la figura 2b.

Nell’esempio la densità risulta di 1846 kg/m³ (1.846 g/cm³)

In pratica si procede nel modo seguente:

- si verifica la verticalità del supporto di sostegno del giogo agendo sulla vite S.
- Ci si assicura che il giogo sia ad una sufficiente altezza compatibile con le dimensioni dell’immersore e del contenitore del liquido.
- Se l’equilibrio con l’immersore in aria non è raggiunto perfettamente si agisce sul peso a vite in L avvicinandolo o allontanandolo dal fulcro.
- Con l’immersore in acqua distillata, della quale si sarà rilevata la temperatura, si raggiunge un nuovo equilibrio collocando opportunamente i cavalierini.
- Si confronta il valore trovato con quello fornito in tab. I per l’acqua distillata alla temperatura

dell’esperienza. Se i valori non concordano se ne fa il rapporto $\frac{\rho_0}{\rho_{0m}} = k$ (dove ρ_0 è il valore

fornito dalle tabelle e ρ_{0m} quello della misura) ottenendo così un fattore correttivo.

- Si raggiunge infine un nuovo equilibrio con l'immersore nel liquido incognito, ottenendo ρ_{xm} .
- Per ottenere il valore corretto della densità del liquido incognito ρ_x si dovrà moltiplicare il valore misurato ρ_{xm} per il fattore correttivo k , cioè $\rho_x = k\rho_{xm}$. Il significato del fattore correttivo si può far risalire a imperfezioni intrinseche del dispositivo sperimentale (non identità tra la massa dei cavalieri maggiori con il volume dell'immersore; lievi differenze nei sottomultipli, irregolarità nella divisione del giogo, ecc.) e se ignorato introdurrebbe un errore sistematico nelle misure.

Discussione e stima dell'errore.

La sensibilità del termometro in dotazione (0.5 °C) porta ad una incertezza di 0.1 kg/m³ sulla densità letta in Tab. I.

D'altra parte la lettura sul giogo può essere spinta fino ad aggiungere una cifra significativa valutando approssimativamente la posizione del più piccolo cavalierino tra due posizioni (difetto ed eccesso).

Si può stimare l'incertezza sui dati di lettura a 0.2 kg/m³ corrispondente cioè a 2/10 della distanza tra due incisioni successive. L'errore relativo su k risulta pertanto dell'ordine di $3 \cdot 10^{-4}$. Supponiamo ora che la lettura per un liquido incognito segni il valore $\rho_{xm} = 1247.3$ kg/m³; l'errore sarà allora

$$\frac{\delta\rho_x}{\rho_x} = \left(3 \cdot 10^{-4} + \frac{0.2}{1247.3} \right) \cong 5 \cdot 10^{-4}$$

Tabella Ia. Densità dell'acqua distillata tra 0 °C e 30°C e di alcuni solidi, liquidi e gas alle temperature di 0°C.

Temperatura (°C)	Densità (kg/m ³)	Temperatura (°C)	Densità (kg/m ³)
0	999.868	16	998.970
1	999.927	17	998.801
2	999.968	18	998.622
3	999.992	19	998.432
4	1000.000	20	998.230
5	999.992	21	998.019
6	999.968	22	997.797
7	999.929	23	997.565
8	999.876	24	997.323
9	999.808	25	997.071
10	999.727	26	996.810
11	999.639	27	996.539
12	999.525	28	996.259
13	999.404	29	995.971
14	999.275	30	995.673
15	999.126		

Tabella Ib. Densità di alcuni solidi, liquidi e gas alla temperatura di 0°C (per i gas si considera la pressione atmosferica di $1.013 \cdot 10^5$ Pa).

Solidi	densità (kg/m³)	Liquidi	densità (kg/m³)
Alluminio	2700	Acetone	796
Argento	10500	Acido cloridrico	1185
Ferro	7860	Alcool etilico	791
Ghiaccio	917	Benzolo	894
Nichel	8800	Cloroformio	1501
Ottone	8390	Glicerina	1260
Oro	19300	Mercurio	13595
Paraffina	900	Petrolio	840
Piombo	11340	Gas	densità (kg/m ³)
Platino	21400	Anidride carbonica	1.986
Rame	8930	Aria	1.293
Stagno	7280	Azoto	1.250
Sughero	240	Elio	0.178
Vetro	2600	Idrogeno	0.089
Zinco	7100	Metano	0.716
Zucchero	1610	Ossigeno	1.429

MISURA DELLA VISCOSITA RELATIVA DI UN LIQUIDO CON IL VISCOSIMETRO DI OSTWALD

La misura della portata nello scorrimento forzato di un fluido lungo uno o più capillari è il principio di base di alcuni importanti tipi di viscosimetri.

Tra questi il viscosimetro di Ostwald, che sfrutta il gradiente di pressione dovuto alla gravità per produrre lo scorrimento del fluido, è adatto in particolare per i liquidi newtoniani.

Il dispositivo è illustrato in fig.1.

Entro un grosso contenitore pieno d'acqua a temperatura costante (termostato) è posto verticalmente un capillare LL che è parte di uno dei rami di un tubo a U.

All'imboccatura superiore del capillare c'è un rigonfiamento B delimitato da due incisioni, che determina il volume di liquido del quale si misureranno i tempi di scorrimento lungo il capillare.

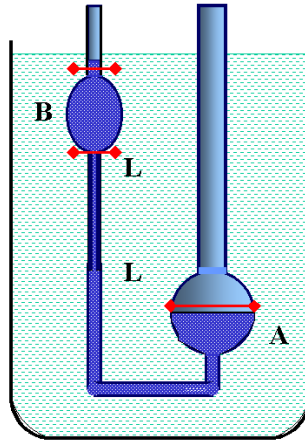


Figura 1. Rappresentazione schematica del viscosimetro di Ostwald.

Il rapporto λ/r tra lunghezza e raggio del capillare deve essere molto elevato (> 100) se si vuole minimizzare l'errore dovuto alla discontinuità dell'imboccatura.

In base alla legge di Poiseuille, detta ΔP_x la differenza di pressione e tenendo conto che la resistenza del condotto al moto del fluido è dovuta essenzialmente al capillare (per cui

$R_x = \frac{8\eta\ell}{\pi r^4}$ con η_x viscosità del fluido, λ ed r lunghezza e raggio del capillare), per la portata si ottiene

$$Q_x = \frac{\Delta P_x}{R_x} = \frac{\Delta P_x \pi r^4}{8\eta_x \ell} \quad (1)$$

D'altro canto, $Q_x = \frac{V}{t_x}$ e $\Delta P_x = \rho_x g h$, dove h è il dislivello medio del liquido nei due rami

durante lo svuotamento, per cui sostituendo nella (1) si ha

$$\frac{V}{t_x} = \frac{\rho_x g \pi r^4}{8 \eta_x \ell}$$

risolvendo per η_x si trova

$$\eta_x = \frac{t_x \rho_x g h \pi r^4}{8 \ell V} \quad (2)$$

Per ottenere allora la quantità η_x , oltre a misurare t_x , come si è detto, occorre misurare la densità ρ_x e bisogna conoscere il valore esatto di g , del volume V della bolla B, del raggio r e della lunghezza del capillare.

Poiché la conoscenza accurata di λ ed r è molto difficile e inoltre r potrebbe non essere costante lungo il capillare, alla misura assoluta è preferibile una misura relativa con un liquido di riferimento del quale sia nota con sufficiente accuratezza la viscosità (di solito acqua distillata). Infatti nel rapporto η_x/η_0 che dà la misura relativa, tutte le caratteristiche geometriche, identiche per entrambi i liquidi, si elidono.

Facendo rapporto fra l'eq.(2) e l'analogia per η_0 si ottiene

$$\frac{\eta_x}{\eta_0} = \frac{\rho_x t_x}{\rho_0 t_0}$$

dove con t_0 e t_x sono indicati i tempi di svuotamento del volume V tra le due incisioni, rispettivamente per l'acqua e per il liquido incognito.

Naturalmente si deve fare in modo che i dislivelli coincidano per i due liquidi nelle due fasi dell'esperienza.

Poiché il dislivello continua a variare mentre il liquido scende, c'è durante lo scorrimento una progressiva diminuzione della portata e pertanto la viscosità misurata η_x non si riferisce ad un unico gradiente ma ad un certo intervallo di gradienti.

Per i fluidi newtoniani ciò non comporta alcuna complicazione ma per i fluidi dilatanti o tissotropici l'uso del viscosimetro a caduta libera non è raccomandabile.

Procedimento e discussione

Si carica il viscosimetro con uno dei due fluidi. Una incisione nell'altro ramo del tubo ad U consente di dosare in modo uguale i due liquidi.

Si lascia stabilizzare la temperatura e quindi, con una pompetta (in pressione all'imboccatura del ramo A e non in aspirazione) si fa salire il liquido fin oltre il rigonfiamento B avendo cura di allontanare subito la pompetta. L'operazione esige una certa cautela e va eseguita lentamente per evitare il formarsi di bollicine d'aria entro il liquido nel capillare.

Con un cronometro si misurano gli intervalli di tempo al passaggio del liquido in corrispondenza delle due incisioni che delimitano B. Si ripete la misura almeno una decina di volte.

Fatto questo, si lava e si asciuga accuratamente il viscosimetro e si ripetono le identiche operazioni per l'altro liquido. Applicando le regole sulla propagazione degli errori all'eq. 1 risulta, per l'errore relativo di η_x ,

$$\frac{\delta \eta_x}{\eta_x} = \sqrt{\left(\frac{\delta \eta_0}{\eta_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta \rho_0}{\rho_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta \rho_x}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\delta t_x}{t_x}\right)^2 + \left(\frac{\delta t_0}{t_0}\right)^2}$$

In tabella I e II sono riportati i valori di η_0 in funzione della temperatura.

Come è noto, la viscosità dei liquidi diminuisce al crescere della temperatura e tale variazione per molti liquidi non è trascurabile anche per piccole variazioni di T .

Il valore di η_0 si deve *interpolare dai dati della tabella II*, dopo che è stata rilevata la temperatura di esperienza.

Poiché il termometro di lettura ha una sensibilità di 0.5°C , dal grafico che ci è servito per l'interpolazione si ricaverà $\delta\eta_0$ e quindi l'errore $\delta\eta_0/\eta_0$.

I valori di ρ_x e ρ_0 si ottengono rispettivamente dalla misura con la bilancia idrostatica e dalla tabella.

Per i valori $\delta\rho_x$ e $\delta\rho_0$ valgono le considerazioni fatte nella discussione di quella esperienza.

Per t_x e t_0 si calcolano gli errori quadratici medi della media, con la nota formula.

Si possono a questo punto confrontare gli errori relativi delle cinque grandezze considerate e ricavare $\delta\eta_x/\eta_x$.

L'incertezza percentuale dovrebbe risultare dell'ordine dell'1% imputabile principalmente alla imprecisione associata alla temperatura di esperienza.

Nella relazione riportare:

1. le misure dei tempi di deflusso con l'acqua distillata, il valore medio e l'errore associato
2. le misure dei tempi di deflusso con il liquido incognito, il valore medio e l'errore associato
3. la misura della densità del liquido incognito e l'errore associato
4. i valori della densità e della viscosità dell'acqua alla temperatura di esercizio (forniti dalle tabelle) e gli errori associati tenendo conto della sensibilità del termometro

5. la misura della viscosità con la formula $\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x t_x}{\rho_0 t_0}$

6. I valori $\frac{\delta\eta_0}{\eta_0}$, $\frac{\delta\rho_0}{\rho_0}$, $\frac{\delta\rho_x}{\rho_x}$, $\frac{\delta(t_x)}{t_x}$, $\frac{\delta(t_0)}{t_0}$ e infine il valore di $\frac{\delta\eta_x}{\eta_x}$.

Tabella I. Viscosità assoluta in Poiseuille (unità SI) dell'acqua distillata a diverse temperature e di alcuni liquidi alla temperatura di 20 °C.

Acqua distillata tra 0 e 100 °C η (in 10^{-3} Poiseuille)		Liquidi a 20 °C (in 10^{-3} Poiseuille)	
0 °C	1.7921	Acetone	0.202
5	1.5188	Acqua	1.005
10	1.3077	Alcool etilico	1.716
15	1.1404	Anilina	4.400
20	1.0050	Benzolo	0.654
30	0.8007	Cloroformio	0.571
50	0.5494	Glicerina	1.499
70	0.4061	Mercurio	1.550
100	0.2838	Toluolo	0.590

Tab. II. Acqua distillata fra 15 °C e 25 °C.

T (°C)	η (10^{-3} Poiseuille)
15	1.1404
16	1.1111
17	1.0828
18	1.0559
19	1.0299
20	1.0050
21	0.9810
22	0.9579
23	0.9358
24	0.9142
25	0.8937