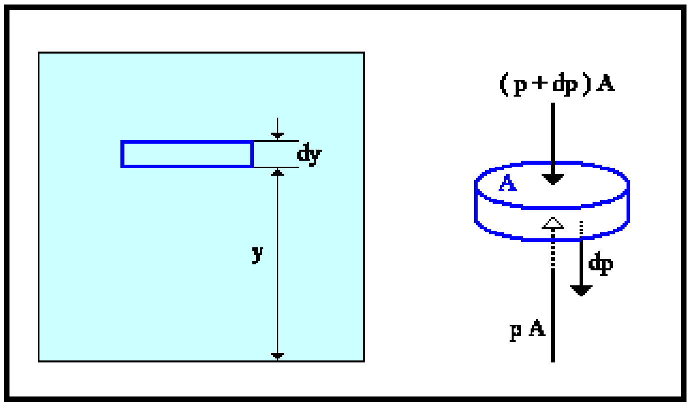
Possiamo ricavare la legge di *Stevino* in una maniera più rigorosa considerando un piccolo elemento di fluido all'interno di un volume più grande (finché non si procede all'integrazione, le equazioni che in seguito verranno riportate saranno valide sia per i liquidi che per i gas).



Questo elemento sia un disco sottile a distanza *y* sopra un livello di riferimento (dove sarà *y = 0*).

Ciascuna faccia del disco abbia area ***A*** e lo spessore sia ***dy***.

In queste condizioni la massa di fluido contenuta nell'elemento di volume sarà:

$$\rho\, A\, dy$$

ed il suo peso

$$\rho\, g\, A\, dy$$

Le forze che agiscono sul volume in questione sono il suo peso e le forze di pressione esercitate dal fluido circostante.
Di queste ultime consideriamo solo quelle del fluido a contatto con le due basi del cilindro perché le forze dovute alla pressione del fluido sono in ogni punto perpendicolari alla superficie dell'elemento stesso, per cui per simmetria quelle agenti sulla superficie laterale si bilanciano tra loro.

Poiché l'elemento non ha accelerazione verticale, la forza risultante (dovuta al fluido sovrastante e sottostante il volume e al peso di quest'ultimo) agente sulla faccia inferiore del cilindro dovrà essere nulla in tale direzione e quindi se ***p*** è la pressione agente sulla faccia inferiore del disco, *(**p + dp**)* quella agente sulla faccia superiore, le forze applicate alle due facce sarannorispettivamente:

$$pA \text{ e } (p + dp)A,$$

che sommate alla forza peso del fluido contenuto nel dischetto daranno per la base inferiore un bilancio pari a :

$$p\,A = (p + dp)\,A + \rho\,g\,A\,dy$$

Da cui ricaviamo

$$\frac{dp}{dy} = -\rho\,g$$

Questa equazione (che vale sia per i liquidi che per i gas) ci dice come varia la pressione per un fluido in equilibrio statico in funzione della distanza a partire da un livello di riferimento stabilito.

Se dalla quota di riferimento p_1 è la pressione a quota y_1 e p_2 quella relativa alla quota y_2, integrando l'equazione sopra si ha:

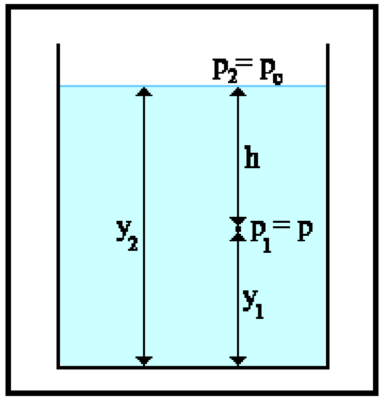
$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy$$

ovvero

$$p_1 - p_2 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy$$

Ora nel caso di un liquido omogeneo possiamo considerare ρ e ***g*** costanti, rispettivamente per il fatto che i liquidi sono praticamente incomprimibili e quindi la loro densità non varia e perché le differenze di quota che andiamo a considerare ci permettono di trascurare le variazioni di ***g*** con l'altezza.
In queste condizioni l'integrazione dà l'equazione (valida solo per i liquidi):

$$\boxed{p_2 - p_1 = -\rho g\,(y_2 - y_1)}$$



Nel caso della figura, prendendo come livello di riferimento la superficie libera del fluido dove si considera una pressione p_o e misurando le quote dal fondo del recipiente (per cui h è il dislivello (y_2 - y_1)) , la pressione p per un punto a quota y_1 si scrive più semplicemente :

$$p = p_o + \rho\, g\, h$$