

Nozioni di idraulica



L'*idraulica* è la branca della fisica che si occupa dello studio delle leggi dell'equilibrio (*idrostatica*) e del moto (*idrodinamica*) dei liquidi.

ELEMENTI DI IDROSTATICA.

Legge della pressione idrostatica.

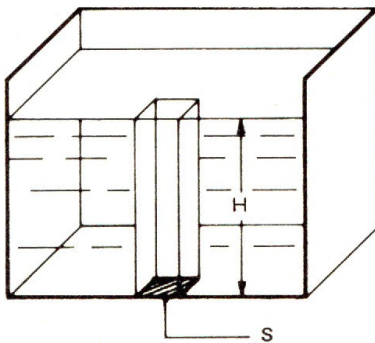
"Un liquido in quiete contenuto in un recipiente esercita una pressione sulle pareti e sul fondo; questa pressione viene detta pressione idrostatica".

Si consideri una piccola superficie piana di area S sul fondo di un recipiente contenente un liquido di peso specifico γ . Se H è la distanza del baricentro di tale superficie dalla superficie libera, la forza F con la quale il liquido comprime tale superficie, è data da: $F = \gamma \cdot S \cdot H$.

Sostituendo questo valore nella espressione generale della pressione, $p = F/S$, si ottiene: $p = \gamma \cdot H$; dove γ è espresso in Kg/m^3 e H in m. Ne risulta p espresso in Kg/m^2 (ovvero Pascal, simboleggiato Pa).

In relazione a quest'ultima espressione, *la pressione idrostatica di un liquido è misurata dal prodotto del peso specifico del liquido stesso per la profondità.* Questo enunciato rappresenta la legge di Stevin.

Si può osservare che dalla stessa relazione segue pure che:



- in tutti i punti di uno strato orizzontale il valore della pressione idrostatica è costante;

- la pressione idrostatica è direttamente proporzionale alla profondità sotto la superficie libera.

Scritta questa equazione sotto la forma $H = p/\gamma$, si evince il fatto che una pressione può essere rappresentata da un'altezza H di liquido avente il peso specifico γ ; tale altezza dicesi *altezza piezometrica* (1 atm = 10 m.c.a., metri di colonna d'acqua).

Spinta idrostatica.

La spinta idrostatica è la forza esercitata da un liquido in quiete sulla superficie del suo contorno.

Essa è, quindi, la risultante degli sforzi interni che agiscono su tale superficie. Questa può essere la parete del recipiente che contiene il liquido o la superficie ideale di separazione da un altro liquido adiacente. La spinta idrostatica viene calcolata in base alla geometria della superficie: nel caso di superficie orizzontale, concettualmente il più semplice, essa è data dal valore della pressione unitaria ($p = \gamma \cdot H$) per l'estensione della superficie stessa. Negli altri casi si ricava p_m (p media) e si applicano gli accorgimenti geometrici dovuti.

In generale, la spinta su un tratto piano di superficie è un vettore normale alla superficie, di intensità uguale al prodotto dell'area premuta per la pressione agente sul suo baricentro e applicato in un punto che viene chiamato *centro di spinta o delle pressioni*.

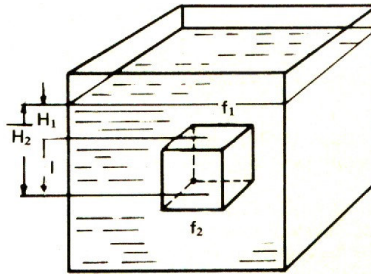
Per determinare il centro di spinta, cioè il punto d'applicazione della risultante della pressione, si procede graficamente. Nel caso di una parete orizzontale il centro di spinta corrisponde con il baricentro della parete stessa. Negli altri casi il centro di spinta è posto più in basso rispetto al baricentro della sezione, poiché le parti più profonde sono soggette a sforzi maggiori e spostano verso il basso la risultante delle pressioni.

Principio di Archimede.

Dalla legge della pressione idrostatica si può ricavare direttamente il teorema intuito ed enunciato da Archimede. La denominazione di principio, cioè di norma indimostrabile a questa proposizione deduttivamente dimostrabile, viene conservata soltanto in omaggio alla tradizione.

Il <<principio di Archimede>> afferma che un corpo immerso in un fluido, ed in particolare in un liquido, è soggetto, in conseguenza delle pressioni agenti sulla sua superficie di contorno, ad una forza ("spinta") diretta verticalmente verso l'alto, uguale al peso del liquido spostato, cioè al peso di un volume di liquido pari al volume del corpo stesso.

Su questo principio si basa tutta la teoria del galleggiamento ed esso trova applicazioni anche nel determinare i pesi specifici dei liquidi e dei solidi. È, ad esempio, evidente infatti che se un corpo solido messo in un liquido né affonda né galleggia (ossia sta in equilibrio con il liquido), esso ha lo stesso peso specifico del liquido: perché volumi uguali dei due hanno lo stesso peso.



Corollari molto importanti del <<principio di Archimede>> sono i seguenti:

- poiché la spinta ricevuta da un corpo, di qualunque forma, immerso in un liquido è verticale, la spinta stessa *non ammette componenti orizzontali*;
- se il peso specifico di un corpo è minore o maggiore di quello del liquido in cui è immerso, il corpo non è in equilibrio e quindi si muove in direzione verticale, rispettivamente verso l'alto o verso il basso.

Principio di Pascal.

Data la costanza dell'equilibrio di un fluido incomprimibile (quali sono i liquidi) in quiete, se si aumenta di un certo valore la pressione in un suo punto, la pressione aumenta dello stesso valore in tutti gli altri punti, cioè gli incrementi di pressione si trasmettono integralmente in tutte le direzioni.

Da questa considerazione nasce il <<principio di Pascal>>: *una pressione esercitata sopra un liquido si trasmette, senza variare di intensità, in tutte le direzioni.*

Di questo principio è conseguenza la *legge dei vasi comunicanti* e di esso risulta applicazione pratica la macchina "torchio idraulico".

ELEMENTI DI IDRODINAMICA.

Portata di una corrente.

Si definisce "corrente" una massa liquida in movimento, mentre si dice "filetto fluido" la traiettoria che si vede percorsa da ciascuna particella componente una corrente liquida.

Si dice che la corrente è a regime permanente quando in ogni punto della corrente la velocità e la pressione si mantengono costanti al variare del tempo.

Dicesi "portata di una corrente" il volume di liquido (generalmente misurato in m^3) che passa attraverso una sezione trasversale ad ogni minuto secondo. Se il regime è permanente, essa è la stessa in tutte le sezioni trasversali della corrente.



In un tempo t , per effetto della velocità v posseduta dal liquido, lo strato di liquido in AB si porterà in $A'B'$, percorrendo uno spazio $v \cdot t$. Attraverso la sezione AB sarà passato il volume di liquido compreso tra le sezioni AB e $A'B'$, misurato dal prodotto dell'area S della sezione per lo spazio $v \cdot t$. Noto il volume $S \cdot v \cdot t$, che attraversa la sezione nel tempo t , si calcola la portata dividendo tale volume per il tempo corrispondente. Ciò in base alla definizione di cui sopra.

La portata risulterà quindi espressa da: $Q = S \cdot v$ cioè sarà misurata dal prodotto della sezione normale per la velocità. Nell'applicare questa equazione occorre ovviamente esprimere le diverse grandezze in unità di misure omogenee. Misurando S in m^2 o in dm^2 e v in m/s o in dm/s , si ha la portata rispettivamente in m^3/s o in dm^3/s (ovvero l/s).

Osserviamo che se il regime è variabile, cambiando v varia anche la portata; mentre se il regime è permanente, la velocità attraverso la sezione resta costante e, di conseguenza, resta costante la portata.

Consideriamo ora il secondo condotto rappresentato nelle precedenti figure (quello in cui sono prese in considerazione due sezioni di diverso valore), nel quale il liquido si muova con continuità.

In tale ipotesi la quantità di liquido che passa attraverso le due sezioni successive AB e $A'B'$ è la stessa.

Infatti ammettendo che in AB la portata sia maggiore che in $A'B'$, l'eccedenza dovrebbe accumularsi tra AB e $A'B'$, il che è impossibile, dato che il liquido è

praticamente incompressibile. Ammettendo invece in A'B' una portata maggiore che in AB, dovrebbe vuotarsi il tratto AB-A'B'; così verrebbe a mancare la supposta continuità. Dunque, la portata è la stessa in AB, in A'B' ed anche nelle altre sezioni.

Da ciò deriva il *principio o legge della continuità*, che afferma appunto che *in una corrente liquida a regime permanente la portata è costante attraverso una qualunque sezione.*

Se indichiamo con v_1 e v_2 le velocità nelle sezioni AB e A'B' rispettivamente e con S_1 ed S_2 le relative aree, per quanto si è detto si dovrà verificare:

$$Q = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = \text{costante},$$

da cui si ricava

$$v_1 : v_2 = S_2 : S_1 .$$

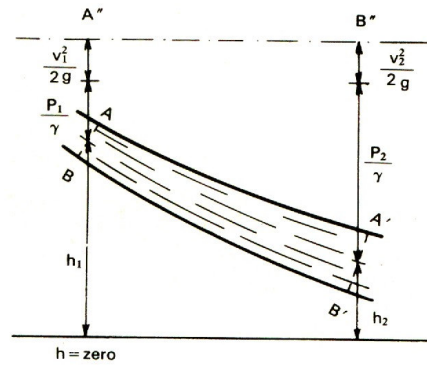
Quest'ultima relazione, che rappresenta un'altra forma in cui può esprimersi il principio di continuità, significa che *in regime permanente le velocità sono inversamente proporzionali alle sezioni.*

Pertanto: nelle sezioni più piccole il liquido deve muoversi con maggiore velocità.

Teorema di Bernoulli.

Consideriamo una corrente liquida in regime permanente e due sezioni trasversali AB e A'B', cui corrispondono le aree S_1 ed S_2 (in m^2), le velocità v_1 e v_2 (in m/s), le pressioni p_1 e p_2 (in Kg/m^2) e le altezze h_1 e h_2 dei centri delle sezioni rispetto ad un piano orizzontale di riferimento, per cui $h = 0$. Sia inoltre γ (in Kg/m^3) il valore del peso specifico del liquido e g l'accelerazione di gravità (m/s^2).

Supponiamo anche che, nel tratto compreso tra le due sezioni, il liquido non riceva energia dall'esterno e non ceda energia all'esterno, cioè supponiamo che nessuna forza esterna compia lavoro sul liquido considerato (ad esempio, tramite una pompa), né che venga vinta da questo. Le uniche influenze subite dal liquido siano dunque la forza di gravità e le pressioni che su di esso naturalmente si esercitano.



Prendendo in considerazione un Kg di liquido, le diverse forme di energia che esso possiede, relativamente alla sezione AB, sono allora:

- *energia potenziale*, misurata dal lavoro che la gravità compie nella discesa sino al livello zero ed espressa da h_1 (*altezza geodetica*);
- *energia di pressione*, misurata dall'altezza p/γ cui il liquido può salire per effetto della pressione ed espressa da p_1/γ (*altezza piezometrica*);
- *energia cinetica*, misurata dal lavoro che il liquido può esplicare, annullando la propria velocità (dal valore v_1 iniziale) ed espressa da $v_1^2/2g$ (*altezza cinetica*).

Identicamente, in rapporto alla sezione A'B', si ha:

- *energia potenziale*, espressa da h_2 ;
- *energia di pressione*, espressa da p_2/γ ;
- *energia cinetica*, espressa da $v_2^2/2g$.

Il *principio di conservazione dell'energia* o *teorema di Bernoulli* afferma che la *somma delle diverse forme di energia che un liquido possiede in una sezione è costante*; cioè:

$$h_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g = h_2 + p_2/\gamma + v_2^2/2g = \text{costante.}$$

Questa è l'*equazione fondamentale dell'idrodinamica* e la somma:

$$h + p/\gamma + v^2/2g \text{ prende il nome di } \textit{trinomio di Bernoulli}.$$

Se dall'orizzontale

$$h = 0$$

si riportano verticalmente e successivamente le misure

$$h, \quad p/\gamma \quad \text{e} \quad v^2/2g,$$

si raggiunge costantemente una orizzontale superiore A''B'', detta *linea di carico totale* (o *linea dell'energia meccanica totale* posseduta dal liquido in movimento).

Quanto è stato detto è rigorosamente valido nel caso in cui il liquido in questione si comporti idealmente; nel caso di liquidi reali o in cui non si possa approssimare all'idealità (ad esempio per condotti lunghi) bisogna tenere conto della viscosità e delle relative perdite di carico (ovvero di energia) aggiungendo il termine $y + \Sigma y$ nell'equazione. Con y si indicano le *perdite continue* mentre con Σy le *perdite localizzate* o accidentali, in questa sede non verrà descritto il loro calcolo.

Infine, tenendo conto di fattori esterni che forniscono energia (pompe, come già detto) espressa col termine H (in m.c.a.), è possibile ottenere il teorema di Bernoulli in forma generalizzata:

$$h_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g + H = h_2 + p_2/\gamma + v_2^2/2g + y + \Sigma y ,$$

dove il punto sito ad h_1 è a livello minore di quello sito in h_2 a cui si perviene con l'ausilio della pompa.

L'equazione di Bernoulli è esemplificabile nei casi di tubi che si trovino ad uno stesso livello

$$(h_1 = h_2),$$

per liquido che si muove a regime uniforme

$$(v_1 = v_2)$$

e per corsi d'acqua a pelo libero o per libera caduta di un getto di acqua

$$(p_1 = p_2).$$

Principio di D'Alambert o delle forze vive.

Se consideriamo ancora l'equazione fondamentale dell'idrodinamica e separiamo i termini relativi alle energie cinetiche da quelli relativi alle energie potenziali, si ha:

$$(v_2^2 - v_1^2)/2g = (p_1 - p_2)/\gamma + h_1 - h_2 .$$

Quest'ultima esprime il *principio di D'Alambert* o *principio delle forze vive*. Il suo significato è il seguente: *la variazione dell'energia cinetica di un fluido equivale alla somma algebrica dei lavori contemporaneamente eseguiti dalle forze applicate ad esso.*

Infatti il primo membro rappresenta la variazione dell'energia cinetica di un Kg di liquido che dalla sezione AB passa alla sezione A'B' (si ricordi la precedente figura); mentre il primo termine del secondo membro rappresenta la differenza tra il lavoro positivo della pressione p_1 che spinge il liquido attraverso la sezione AB e quello negativo della pressione p_2 che si oppone all'avanzamento del liquido stesso attraverso la sezione A'B' ed il secondo termine $h_1 - h_2$ rappresenta il lavoro della forza di gravità: positivo se il liquido subisce un abbassamento e negativo se si verifica un innalzamento.

Teorema di Torricelli.

Consideriamo l'efflusso di un liquido da un recipiente attraverso un foro posto nella sua parte inferiore. Applicando il teorema di Bernoulli tra la superficie libera AB in cui, data la sua ampiezza, praticamente la velocità è nulla e la sezione del foro d'uscita C, poiché in entrambi si esercita la pressione atmosferica, l'equazione di Bernoulli diventa:

$$h_1 = h_2 + v_2^2/2g \text{ da cui } v_2^2/2g = h_1 - h_2 .$$

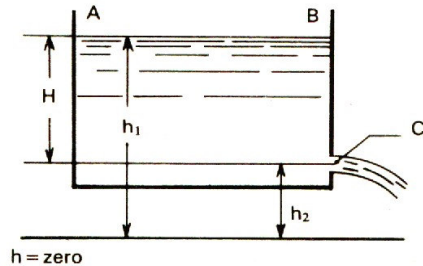
Ponendo

$$h_1 - h_2 = H \text{ (distanza del punto C dalla superficie libera AB)}$$

e ricavando v_2 , si ha:

$$v_2 = (2g \cdot H)^{1/2} .$$

Questa è la formulazione matematica del *teorema di Torricelli* ed indica che *la velocità di efflusso di un liquido da un recipiente sotto l'azione della gravità è la stessa di quella che il liquido acquisterebbe cadendo liberamente in basso dall'altezza H .*



Questo teorema trova applicazione nello studio dell'efflusso di un liquido che sgorga liberamente a pressione atmosferica, trascurando gli attriti che si hanno.

Considerazioni sul moto dei liquidi.

Si dice uniforme il moto di un liquido in cui la velocità si mantiene costante, in ogni istante e lungo ogni traiettoria.

Tale è, ad esempio, il movimento lungo una condotta cilindrica o in un canale a sezione prismatica, quando il pelo libero è parallelo alle generatrici della superficie di contorno.

Si dice permanente il moto di un liquido le cui caratteristiche, velocità e sforzi interni (attriti dovuti alla viscosità), si mantengono costanti nel tempo, pur potendo essere diverse da punto a punto.

Tale è, ad esempio, il moto in un tratto convergente, quando si mantenga costante la portata.

Si dice vario il moto di un liquido le cui caratteristiche sono variabili nel tempo.

Un moto uniforme può essere vario. Ad esempio, il moto del liquido in una condotta di scarico rettilinea di un serbatoio che si sta svuotando, è uniformemente vario. Infatti la velocità in tal caso diminuisce nel tempo, ma in ogni istante si mantiene identica per tutti i punti di una stessa traiettoria.

Il fisico inglese Reynolds mise in evidenza che il moto di un liquido può svolgersi secondo due modalità completamente differenti, denominate rispettivamente *regime laminare* (o *di Poiseuille*) e *regime turbolento*. Il primo si verifica quando la velocità della corrente assume valori bassi ed è caratterizzato dal fatto che i filetti fluidi procedono parallelamente all'asse del condotto, scorrendo l'uno rispetto all'altro. Il moto turbolento corrisponde a valori elevati di velocità ed è caratterizzato da filetti fluidi che, invece di scorrere parallelamente uno all'altro, assumono traiettorie irregolari, variabili

continuamente. In una stessa condotta si può verificare il moto laminare o quello turbolento, a seconda che il valore della velocità risulti inferiore o superiore ad un certo valore, detto *velocità critica*.

Per caratterizzare il moto di un liquido ci si può servire del cosiddetto *numero di Reynolds*:

$$Re = \gamma \cdot v \cdot d / \eta \cdot g .$$

Le grandezze implicate sono:

γ = peso specifico del liquido;

v = velocità;

d = diametro della tubazione;

η = viscosità dinamica del liquido;

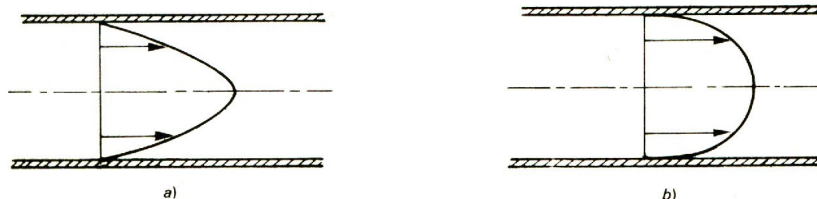
g = accelerazione di gravità (9,81 m/s²).

Si ha, precisamente, moto laminare o turbolento a seconda che il numero di Reynolds risulti inferiore o superiore ad un valore critico, uguale per tutti i liquidi. Tale valore si aggira intorno a 2032.

Notiamo che il regime turbolento è di gran lunga il più importante tecnicamente, dato che nelle condotte reali il movimento si svolge sempre in questo regime.

Praticamente il moto dell'acqua si può considerare laminare solo nelle *falde acquifere*, cioè nei corsi d'acqua sotterranei.

Il tipo di regime che si instaura in una tubazione, determina pure la distribuzione delle velocità lungo la sezione della tubazione stessa.



La distribuzione della velocità assume andamento marcatamente parabolico nel regime laminare (la ragione è da ricercarsi negli attriti dovuti alla viscosità), come si vede nel caso a) in figura; mentre nel regime turbolento l'andamento è solo approssimativamente parabolico, più appiattito in prossimità dell'asse della tubazione, come si vede nel caso b) illustrato in figura.